Proverò, in termini accessibili per studenti del quarto anno del Liceo Scientifico, a spiegare il concetto di **Invariante Spaziotemporale**. (Si preferisce scrivere le due parole attaccate per mettere in risalto la profonda connessione fra spazio e tempo).

Il fenomeno della contrazione delle lunghezze pone un problema di natura filosofica sulla realtà: la penna che avete fra le mani, quanto è lunga?

Questo evento che sto osservando ha una sua realtà? Se la risposta è si (dobbiamo pure ammettere che qualcosa esista), allora occorre trovare una estensione del concetto di lunghezza che risulti invariante per trasformazioni di Lorentz. Questa quantità si chiama invariante spaziotemporale.

Il suo nome fa già capire che la sua espressione matematica conterrà anche il tempo. Questo non spaventa, in quanto abbiamo già visto come le coordinate di un evento devono essere 4, tre spaziali e una temporale.

Le distanze si calcolano con il teorema di Pitagora. La formula, che tutti conoscono (?), della distanza fra due punti in geometria analitica è nient'altro che un'applicazione del teorema di Pitagora.

Il quadrato di una distanza è, dunque, semplicemente la somma del quadrato di due distanze:

$$d^2 = x^2 + y^2$$

In uno spazio a tre dimensioni il teorema di Pitagora (o la misura della distanza, la metrica) vale ancora, per cui scriviamo:

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Nello spazio a 4 dimensioni, occorrerà un'altra quantità al quadrato che abbia le dimensioni di una lunghezza e che deve contenere esplicitamente il tempo.

Verrebbe spontaneo pensare alla quantità ct, dove c è la velocità della luce.

Ma se scriviamo

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2 + c^2t^2$$

scopriamo che questa quantità così definita non risulta invariante per trasformazioni di Lorentz (potete divertirvi a dimostrarlo)!

Se invece consideriamo l'espressione

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$$

i conti tornano!

Occorre risolvere ancora un problema. Il teorema di Pitagora vuole la somma di lunghezze al quadrato, non la differenza!

Niente paura, esistono (come sapete) i numeri complessi: se, al posto della quantità ct consideriamo la quantità immaginaria pura ict (dove i è la radice di -1), allora $(ict)^2 = -c^2t^2$! (il quadrato di i è -1).

Il gioco è fatto.

Il teorema di Pitagora, nello spazio fisico quadrimensionale, diventa:

$$d^2 = x^2 + y^2 + z^2 + (ict)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$$

La coerenza matematica della struttura relativistica è salva!

Anche il problema filosofico (che non affronterò) è salvo perché questa espressione mantiene la correlazione causa effetto che tanto preoccupa alcuni intellettuali (quelli privi di immaginazione).

La meccanica quantistica abbatterà questa correlazione, ma ne parleremo in quinta...

Per finire, bisogna precisare che la quantità d (il cui quadrato è l'invariante spaziotemporale) viene chiamata punto di universo e non è propriamente una distanza nello spazio, ma un intervallo in uno spazio a quattro dimensioni che implica spazio e tempo indissolubilmente legati l'uno all'altro!

Spero di aver dissipato qualche perplessità.

Se i dubbi sono aumentati, comunque, va bene lo stesso...questa è la via della conoscenza!

Un ultima precisazione circa lo spaziotempo.

Per coloro i quali sono abituati a ragionare più in termini fisici che matematici, occorre un avvertimento: il concetto di spaziotempo è puramente matematico, non possiamo visualizzarlo nella nostra mente!

La matematica è indispensabile perché "vede" anche ciò che il nostro cervello non riesce a rappresentare...