

Data la funzione:  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}$ , determinare C.E. , positività, condizioni agli estremi del C.E. , eventuali asintoti e classificare le sue discontinuità. (40%)

Calcolare i seguenti limiti: (40%)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^3 + 3x^2 + x}{x^2 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 27} \frac{x - 27}{\sqrt[3]{x} - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x+1)^3 - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + 4x}{\sin 4x - 8x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2}{x^2 - 1} \right)^{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \log_2 \frac{\cos x + 2 \sin x}{\cot gx + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + e^x + 1}{x^2 + x \sin x}$$

Calcolare la derivata delle seguenti funzioni: (20%)

$$f(x) = \left( x - \frac{x \ln x}{1 + \ln x} \right)$$

$$f(x) = \left( \frac{\sqrt{x} \cos x}{e^x \operatorname{tg} x} \right) \left( \frac{\sin x \ln x}{\sqrt[3]{x}} \right)$$